Calcolabilitá e Complessitá A.A. 2010/2011

Universitá degli Studi di Napoli ‘Federico II’

Laurea in Informatica

Docenti: Prof. A. Murano, Dr. F. Mogavero

22 giugno 2011

Nome e Cognome: ______________________ Matricola: ______________________

Spazio riservato alla correzione.

Domanda	1	2	3	4	5	Totale
Punteggio	6	2	6	6	10	30
Voto						

Domanda	6	7	8	9	Totale
Punteggio	4	12	4	10	30
Voto					

(6) 1. Si supponga che L_1 e L_2 siano due linguaggi in NP e che $L_1 \leq_p L_2$. Per ognuna delle seguenti affermazioni, dire se è vera, falsa o è un problema aperto. Dare una breve giustificazione formale alla risposta.

(a) Se $L_1 \in$ PTIME allora $L_2 \in$ PTIME.

(b) Se $L_2 \in$ PTIME allora $L_1 \in$ PTIME.

(c) Sicuramente L_2 o è NPTIME-COMPLETE oppure è in PTIME.

(d) Se anche $L_2 \leq_p L_1$ allora sia L_1 che L_2 sono NPTIME-COMPLETE.

(e) Se entrambi L_1 e L_2 sono NP-completi allora $L_2 \leq_p L_1$.

(f) Si supponga l'esistenza di un algoritmo lineare che riconosca L_2, allora esiste un algoritmo lineare che riconosce L_1.

(2) 2. Dire quali di queste risposte è vera sul teorema di Savitch, dando una breve spiegazione formale. Attenzione zero o piú risposte possono essere vere.

(a) Il teorema di Savitch implica che $\text{NPSPACE}(\log n) = \text{PSPACE}(\log n)$.

(b) Il teorema di Savitch implica che $\text{NPSPACE}(n^2) \subseteq \text{PSPACE}(n^4)$.

(c) Nella prova del teorema di Savitch, la macchina di Turing, che ricorsivamente computa CANYIELD, sceglie la configurazione centrale della divisione (in due sottoproblemi) in modo nondeterministico.

(d) La macchina di Turing, che ricorsivamente computa CANYIELD, usa spazio approssimativamente uguale alla somma dello spazio usato dalle due chiamate ricorsive a CANYIELD, piÍo spazio necessario a registrare la configurazione centrale di divisione.

(6) 3. Sia $\mathcal{G}$ un grafo. $\mathcal{G}$ ha un Vertex-Anticover di taglia t se esiste un sottoinsieme S di t vertici di $\mathcal{G}$ tale che S contiene almeno un vertice per ogni coppia di vertici non adiacenti di $\mathcal{G}$.
(Hint: si usi una riduzione da VERTEX-COVER.)

(6) 4. Si consideri il seguente problema: 3-PRIMES. Dato un intero n, verificare se n è il prodotto di tre primi. Per esempio, la risposta è Si per $102 = 2 \cdot 3 \cdot 17$ e No per $21 = 3 \cdot 7$.

(a) Si provi che 3-PRIMES è in NPTIME $\cap$ CONPTIME.

(b) Potrebbe essere 3-PRIMES un problema NPTIME-COMPLETE?

(10) 5. Sia $\mathcal{G}$ un grafo indiretto.
Sia $SPATH = \{(G, a, b, k) \mid \mathcal{G}$ contiene un percorso semplice di lunghezza al piú pari a k da a a b $\}$.
Sia $LPATH = \{(G, a, b, k) \mid \mathcal{G}$ contiene un percorso semplice di lunghezza almeno pari a k da a a b $\}$.

(a) Si mostri che $SPATH \in$ PTIME.

(b) Si mostri che $LPATH \in$ NPTIME.
(Hint: si usi una riduzione dal problema del percorso Hamiltoniano per grafi indiretti.)

6. Descrivere formalmente le seguenti costruzioni:
   (2) (a) trasformazione da NSA a NBA equivalente;
   (2) (b) trasformazione da gioco di parity ad automa di Muller.

7. Si consideri l'automa alternante di Co-Büchi $\mathcal{A} = \langle \Sigma, Q, \delta, q_0, F \rangle$, dove $\Sigma = \{0, 1\}$, $Q = \{q_0, q_1\}$, $F = \{q_1\}$ e la funzione di transizione δ è così definita: $\delta(q_0, 0) = \mathsf{t}$ (true), $\delta(q_0, 1) = q_1$, $\delta(q_1, 0) = q_0 \wedge q_1$, e $\delta(q_1, 1) = q_0$.
   (4) (a) Determinare l'espressione ω-regolare del linguaggio accettato da $\mathcal{A}$.
   (2) (b) Determinare l'automa alternante $\mathcal{A}'$ duale di $\mathcal{A}$.
   (6) (c) Costruire l'automa nondeterministico di Büchi $\mathcal{N} = \langle \Sigma, Q', \delta', Q'_0, F' \rangle$ equivalente ad $\mathcal{A}'$ eseguendo la procedura di nondeterminizzazione (breakpoint construction).

(4) 8. Descrivere formalmente il concetto di sequenza di Hintikka.

9. Si consideri la formula LTL $\psi = \mathsf{G}\,\mathsf{X}\,\mathsf{F}\,p$ sull'insieme di proposizioni atomiche $AP = \{p\}$.
   (4) (a) Determinare l'espressione ω-regolare del linguaggio $L(\psi)$ sull'alfabeto $\Sigma = 2^{AP}$.
   (6) (b) Costruire l'automa nondeterministico generalizzato di Büchi $\mathcal{N}$ con $L(\mathcal{N}) = L(\psi)$.